

Analyse fonctionnelle et EDP

Armen Shirikyan

4 mars 2009

Table des matières

Bibliographie	2
1 Espaces de Hilbert	3
1.1 Définition et exemples	3
1.2 Opérateurs linéaires	5
1.3 Projection, bases hilbertiennes et théorème d'isomorphisme	6
1.4 Théorème de Riesz	8
2 Espaces de Banach	10
2.1 Définition et exemples	10
2.2 Théorème de Baire	11
2.3 Théorème de Banach–Steinhaus	12
2.4 Théorème de Hahn–Banach	12
2.5 Théorème de Banach de l'application inverse	14
3 Equations de Laplace et de Poisson	15
3.1 Formule d'intégration par parties	15
3.2 Relations pour les valeurs moyennes	15
3.3 Principe du maximum et unicité pour le problème de Dirichlet	16
3.4 Inégalité de Harnack	17
3.5 Représentation de Green	17
3.6 Existence de solution	19
4 Equation des ondes	22
4.1 Formule de d'Alembert	22
4.2 Formule de Kirchhoff	23
4.3 Estimation d'énergie et unicité	24
4.4 Formule de Duhamel	25
5 Equation de la chaleur	27
5.1 Existence de solution pour l'équation homogène	27
5.2 Formule de Duhamel	28
5.3 Principe du maximum et unicité	29

6	Appendice : intégrale de surface	31
6.1	Définition et exemples	31
6.2	Démonstration de la formule d'intégration par parties	32

Références

- [Eva02] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2002.
- [Laf96] J. Lafontaine, *Introduction aux Variétés Différentielles*, Presses Universitaires de Grenoble, Grenoble, 1996.
- [Yos78] K. Yosida, *Functional Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 1978.