

Introduction à la Physique Mathématique

Armen Shirikyan

September 10, 2013

Table des matières

Bibliographie	2
1 Opérateurs bornés et équations différentielles dans un espace de Banach	3
1.1 Espace d'opérateurs bornés et ses topologies	3
1.2 Opérateurs auto-adjoints et théorème spectral	4
1.3 Equations d'évolution linéaires	6
2 Opérateurs non bornés dans un espace de Hilbert	7
2.1 Opérateurs non bornés: définitions et propriétés élémentaires . .	7
2.2 Opérateurs symétriques et auto-adjoints	8
2.3 Pair de Freidrichs	12
2.4 Formes quadratiques et extension de Friedrichs	13
3 Opérateurs auto-adjoints à spectre discret	18
3.1 Opérateurs auto-adjoint compacts	18
3.2 Opérateurs auto-adjoints à résolvante compacte	20
4 Théorème spectral et calcul fonctionnel	22
4.1 Résultats préliminaires	22
4.2 Calcul fonctionnel continu	23
4.3 Théorème sur la représentation spectrale	26
4.4 Calcul fonctionnel borélien	29
5 Groupe et semigroupe d'opérateurs	30
5.1 Théorème de Stone	30
5.2 Théorème de Hille–Yosida	32
5.3 Applications	36
5.3.1 Equation de la chaleur	36
5.3.2 Equation de Schrödinger	37

6	Equations du première ordre	38
6.1	Equations linéaires	38
6.2	Equations quasi-linéaires	39
6.3	Equation de Hamilton-Jacobi	41

Bibliographie

- [Eva02] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2002.
- [Rev84] D. Revuz, *Markov Chains*, North-Holland, Amsterdam, 1984.
- [Ric09] L. F. Richardson, *Measure and Integration*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2009.
- [RS80] M. Reed and B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics I. Functional Analysis*, Academic Press, New York, 1980.
- [Yos78] K. Yosida, *Functional Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 1978.

Remerciements

Je remercie V. Georgescu de m'avoir expliqué la notion d'une paire de Friedrichs (§ 2.3) et de m'avoir communiqué les démonstrations des résultats du § 4.