

# Analyse fonctionnelle et EDP

Armen Shirikyan

4 mars 2009

## Table des matières

<b>Bibliographie</b>	<b>2</b>
<b>1 Espaces de Hilbert</b>	<b>3</b>
1.1 Définition et exemples . . . . .	3
1.2 Opérateurs linéaires . . . . .	5
1.3 Projection, bases hilbertiennes et théorème d'isomorphisme . . . . .	6
1.4 Théorème de Riesz . . . . .	8
<b>2 Espaces de Banach</b>	<b>10</b>
2.1 Définition et exemples . . . . .	10
2.2 Théorème de Baire . . . . .	11
2.3 Théorème de Banach–Steinhaus . . . . .	12
2.4 Théorème de Hahn–Banach . . . . .	12
2.5 Théorème de Banach de l'application inverse . . . . .	14
<b>3 Equations de Laplace et de Poisson</b>	<b>15</b>
3.1 Formule d'intégration par parties . . . . .	15
3.2 Relations pour les valeurs moyennes . . . . .	15
3.3 Principe du maximum et unicité pour le problème de Dirichlet . . . . .	16
3.4 Inégalité de Harnack . . . . .	17
3.5 Représentation de Green . . . . .	17
3.6 Existence de solution . . . . .	19
<b>4 Equation des ondes</b>	<b>22</b>
4.1 Formule de d'Alembert . . . . .	22
4.2 Formule de Kirchhoff . . . . .	23
4.3 Estimation d'énergie et unicité . . . . .	24
4.4 Formule de Duhamel . . . . .	25
<b>5 Equation de la chaleur</b>	<b>27</b>
5.1 Existence de solution pour l'équation homogène . . . . .	27
5.2 Formule de Duhamel . . . . .	28
5.3 Principe du maximum et unicité . . . . .	29

<b>6 Appendice : intégrale de surface</b>	<b>31</b>
6.1 Définition et exemples . . . . .	31
6.2 Démonstration de la formule d'intégration par parties . . . . .	32

## Références

- [Eva02] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2002.
- [Laf96] J. Lafontaine, *Introduction aux Variétés Différentielles*, Presses Universitaires de Grenoble, Grenoble, 1996.
- [Yos78] K. Yosida, *Functional Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 1978.